Doktoritöö:

**Piirkondlik geoidi modelleerimine vähimruutude meetodil modifitseeritud Hotine valemiga kasutades võrgustatud raskuskiirenduse hälbeid**

Silja Märdla

Geoid on Maa raskuskiirendusega seotud ekvipotentsiaalpind. See on ühtlasi Maa kuju parim mudelkirjeldus, kuna geoid kujutab endast maailmamere „häirimatut“ pinda. Doktoritöös keskendutakse geoidi võimalikult täpsele modelleerimisele huvipakkuvas piirkonnas. Geoidi kuju saab kirjeldada kõrgusväärtusega $N$ mõõdetuna Maa-ellipsoidist, vt. joonis.



Lisaks sellele, et geoidi kuju ja selle muutused ajas kajastavad Maa struktuuri ja geodünaamilisi protsesse, on sellel ka väga konkreetne ja praktiline tähtsus insenerirakendustes. Nimelt väljendatakse kõrgusi $H$ traditsiooniliselt merepinna suhtes, Eestis hetkel Kroonlinna nulli suhtes. Tänapäevased satelliitmõõtmise tehnoloogiad, näiteks GPS, määravad aga geodeetilise kõrguse $h$ ellipsoidist. GPS-kõrgusmäärangu tulemusest saab arvutada insenerirakendusteks sobiva kõrguse just geoidi mudeli abil:

$$H=h-N$$

Satelliitmõõdistuse ehk GNSS (*Global Navigation Satellites System*) mõõdistuse täpsus läheneb sentimeetri suurusjärgule. Vastavalt on vaja ka samaväärse täpsusega geoidi mudelit.

(Vähemalt) sentimeetri täpsusega kõrguse määramine on aga tänapäevases maailmas ääretult oluline. Meid ümbritseva inimtekkelise keskkonna toimimine sõltub suuresti selle osade omavahelise paigutuse korrektsusest. Hooned, sillad, teed ja tehnosüsteemid peavad olema omavahel ja ümbritseva keskkonna suhtes sobivalt paigutatud, eriti kui see puudutab isevoolseid vedelikke: sade- ja reovee ära juhtimist.

Kõrguste määramine GNSS seadmetega on lihtne ja kiire, eriti võrreldes aja- ja töömahuka nivelleerimisega. Seetõttu on GNSS üha enam kasutusel kõigis ehituse etappides: topograafilisel mõõdistusel projekti sisendinfona, ehituse teenindamiseks vajaliku mõõdistusvõrgu rajamisel, ehituse käigus (eriti näiteks tee-ehitusmasinate automaatsel juhtimisel) ja ka hilisemas kasutusetapis. Tänu kiire ja piisavalt usaldusväärse GNSS mõõdistuse kasutamisele on võimalik vähendada mõõdistusele kuluvat osa ehituse eelarvest.

Lisaks ehitusele on GNSS-i ja geoidi suureks kasutajaks merenavigatsioon: ka merel toimub positsioneerimine GNSS-i abil ja sügavused määratakse nüüdisajal geoidi mudeli suhtes. Rannalähedastes vetes, sadamates ja väikese sügavusvaruga laevateedel navigeerides osutub seega täpne geoidi mudel vägagi oluliseks.

Kõrgusmõõtmises nii vajaliku geoidi mudeli saab arvutada Maa pinnal tehtud raskuskiirenduse mõõtmiste põhjal. Klassikaliselt kasutatakse geoidi piirkondlikuks modelleerimiseks võrgustatud raskuskiirenduse anomaalia väärtusi ning modifitseeritud Stokes’i integraalvalemit. Tulemust kontrollitakse võrdluses GNSS/nivelleerimispunktidega ehk kohtades, kus on teada nii kõrgus $H$ merepinnast kui geodeetiline kõrgus $h$ ellipsoidist.

Antud doktoritöös uuritakse raskuskiirenduse võrgustike arvutamist, alternatiivse Hotine valemi rakendamist geoidiarvutuses ja geoidimudeli täpsuse hindamist merealadel. Hotine valemi eeliseks on raskuskiirenduse hälvete kasutamine sisendina. Erinevalt Stokes’i valemis kasutatavatest anomaaliaväärtustest saab raskuskiirenduse hälbeid GNSS-iga positsioneeritud raskuskiirenduse mõõdistusandmetest arvutada otse, ilma varasemalt eksisteeriva geoidimudeli abita. Kõik doktoritöös kajastatud empiirilised uuringud on tehtud Põhja- ja Baltimaade piirkonna kohta, samas on uuringute tulemused rakendatavad geoidi modelleerimisülesannetele ka mujal maailmas.

Raskuskiirenduse võrgustikke saab ebakorrapäraselt paigutatud punktandemetest arvutada eemalda-interpoleeri-taasta (*remove-interpolate-restore*) protsessi abil, mille käigus redutseeritakse raskuskiirenduse väärtused interpoleerimise jaoks võimalikult sobivaks. Võrreldakse kahte enamlevinud redutseerimis- ning mitmeid erinevaid interpoleerimismeetodeid, et uurida nende sobivust raskuskiirenduse andmete võrgustamiseks.

Tuletatakse valemid vähimruutude meetodil Hotine valemi modifitseerimiseks ning vastavate summeeritavate parandite arvutuseks. Valemeid ja neist arvutatud geoidimudeleid võrreldakse klassikaliste Stokes'i ekvivalentidega.

Lühidalt kirjeldatakse ja katsetatakse meregeoidi kontrollimist mere(jää)l tehtud GNSS mõõdistuse abil.

Doktoritöö tulemused aitavad kaasa piirkondliku geoidi modelleerimise täpsuse paranemisele. Teadustöö tulemusi saab edaspidi kasutada Eesti territooriumit hõlmava geoidimudeli parendamiseks. Võrreldes hetkel kehtiva riikliku EST-GEOID2011 (RT I, 3 2011) mudeliga, on nii mõneski kohas mitme sentimeetrist täpsustumist oodata. Et 1. jaanuarist 2018 läheb Eesti üle EVRS (*European Vertical Reference System*) kõrgussüsteemile ehk nn. Amsterdami nullile, võetakse kasutusele ka uus, täpsustatud, geoidimudel. Seega juba õige pea saab ka Eesti ühiskond antud teadustööst otsest praktilist kasu.

Doktoritöö kaitsmine toimub 13. detsembril algusega kell 13 Tallinna Tehnikaülikooli ruumis NRG-226, Ehitajate tee 5, Tallinn. Doktoritöö juhendaja on prof. Artu Ellmann. Oponendid on prof. Martin Vermeer (Aalto Ülikool) ja prof. Riccardo Barzaghi (Politecnico di Milano). Kaitsmiskomisjoni esimees on prof. Tarmo Soomere (Tallinna Tehnikaülikool, Eesti Teaduste Akadeemia president).